

# “TỪ HẤP DẪN” TRONG MÔ HÌNH HẤP DẪN VÉCTƠ

Võ Văn Ôn

Trường Đại học Thủ Dầu Một

## TÓM TẮT

*Trong bài báo, ngoài phần tổng quan giới thiệu những nét rất cơ bản về mô hình hấp dẫn véctơ: hệ phương trình trường phi tương đối, hệ phương trình trường trong không – thời gian cong, phương trình Einstein cải tiến trong mô hình hấp dẫn véctơ, chúng tôi dẫn ra vài hiệu ứng cơ bản của trường từ hấp dẫn trong mô hình này như: tần số tiến động Lense – Thirring, tần số tiến động của gyroscope. Các kết quả thu được từ mô hình này ở gần đúng bậc nhất là phù hợp với thực nghiệm.*

**Từ khoá:** từ hấp dẫn, mô hình hấp dẫn véctơ

\*

## 1. Mở đầu

Trước đây, Holzmuller và Tisserand [1] đã tiên đề rằng lực hấp dẫn của mặt trời tác dụng lên các hành tinh trong hệ mặt trời có một thành phần từ bổ sung. Thành phần từ bổ sung này gây nên sự tiến động quỹ đạo các hành tinh, tuy nhiên các tính toán cho quỹ đạo của Thủy tinh chỉ bằng một phần sáu kết quả đo được.

Theo thuyết tương đối tổng quát, sự quay riêng của mặt trời cũng sinh ra thêm một trường hấp dẫn nữa gọi là trường từ hấp dẫn (gravitomagnetic field). Ảnh hưởng của trường này lên quỹ đạo các hành tinh được xem xét đầu tiên bởi de Sitter [2] sau đó trong dạng tổng quát hơn bởi Lense và Thirring [3]. Các tính toán của 2 tác giả này cho thấy đóng góp của thành phần từ hấp dẫn vào chuyển động tiến động của các quỹ đạo các hành tinh là quá nhỏ để có thể đo được trong giai đoạn đó. Cũng có những chứng cứ gián tiếp chỉ ra sự tồn tại của trường từ hấp dẫn trong vũ trụ qua các quan sát thiên văn và trong hệ mặt trời [4,5]. Gần đây, các chứng cứ cho trường từ hấp dẫn của trái đất cũng đã được chỉ ra bởi Ciufolini từ các nghiên cứu các vệ tinh được định vị laser LAGEOS và LAGEOS II [6]. Các phép đo chính xác trường này nhờ các con quay hồi chuyển siêu dẫn đặt trong một vệ tinh bay quanh trái đất Gravity Probe – B [7] là một trong mười thành tựu vật lý nổi bật nhất trong năm 2007.

Trong mô hình này, khi công nhận rằng khối lượng hấp dẫn là bất biến Lorentz thì theo thuyết tương đối hẹp, trong một hệ quy chiếu chuyển động sẽ xuất hiện một trường hấp dẫn thứ hai mà chúng tôi gọi là trường từ hấp dẫn tương tự với từ trường trong điện động lực. Trường từ hấp dẫn trong mô hình hấp dẫn vectơ khác về bản chất với trường từ hấp dẫn trong thuyết Einstein, nó là một trường hấp dẫn thứ hai thực chứ không phải là sự tương tự hình thức như trong thuyết Einstein. Bài báo này khảo sát vài hiệu ứng của trường từ hấp dẫn ở gần đúng bậc một.

## 2. Sơ lược về mô hình hấp dẫn véctơ

Trong mô hình hấp dẫn véctơ, trường hấp dẫn là một trường véctơ có nguồn là khối lượng hấp dẫn của các vật. Ở dạng phi tương đối tính, các phương trình trường hấp dẫn có dạng tương tự với các phương trình Maxwell cho trường điện từ như sau [8]:

$$\nabla \times \vec{E}_g = \frac{\partial \vec{B}_g}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H}_g = \vec{J}_g - \partial \vec{D}_g / \partial t \quad (2)$$

$$\nabla \vec{D}_g = -\rho_g \quad (3)$$

$$\nabla \vec{B}_g = 0 \quad (4)$$

$$\vec{J}_g = \sigma_g \vec{E}_g \quad (5)$$

ở đây  $\vec{E}_g$  là véctơ cường độ trường hấp dẫn hay véctơ “điện hấp dẫn”,  $\vec{B}_g$  là véctơ “từ hấp dẫn”,  $\vec{D}_g$  và  $\vec{H}_g$  liên hệ với  $\vec{E}_g$  và  $\vec{B}_g$  như sau:

$$\vec{E}_g = \vec{D}_g / \epsilon_g \quad (6)$$

$$\vec{H}_g = \vec{B}_g / \mu_g \quad (7)$$

véctơ  $\vec{J}_g$  là véctơ dòng hấp dẫn.

Phương trình trường hấp dẫn trong không - thời gian cong như sau [9]:

$$E_{g.mn;k} + E_{g.nk;m} + E_{g.km;n} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i (\sqrt{-g} D_g^{ik}) = J_g^k \quad (9)$$

ở đây  $E_{gmn}; D_g^{ik}$  là tenxơ cường độ trường hấp dẫn và cảm ứng hấp dẫn.

Ảnh hưởng của trường hấp dẫn véctơ và vật chất lên không - thời gian thể hiện qua phương trình Einstein cải tiến như sau:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - g_{\mu\nu} \Lambda = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{Mg,\mu\nu} + \omega T_{g,\mu\nu} \quad (10)$$

ở đây  $R_{\mu\nu}$  là tenxơ độ cong của không - thời gian;  $R$  là độ cong vô hướng,

$\Lambda$  là hằng số vũ trụ;  $g_{\mu\nu}$  là tenxơ metric của không - thời gian

$T_{Mg,\mu\nu}$  là tenxơ năng- xung lượng của vật chất,

$T_{g,\mu\nu}$  là tenxơ năng - xung lượng của trường hấp dẫn.

$G$  là hằng số hấp dẫn Newton;  $\omega = -0.48\pi Gc^{-4}$  là một hằng số mới trong mô hình này.

Từ phương trình Einstein cải tiến (10), chúng tôi tìm được metric của không - thời gian bên ngoài một vật đối xứng cầu không quay, không tích điện, khối lượng hấp dẫn  $M_g$  là [10]:

$$ds^2 = c^2 \left(1 - 2 \frac{GM_g}{c^2 r} - \omega' \frac{G^2 M_g^2}{c^4 r^2}\right) dt^2 - \left(1 - 2 \frac{GM_g}{c^2 r} - \omega' \frac{G^2 M_g^2}{c^4 r^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (11)$$

ở đây  $\omega' \cong -0.06$ .

### 3. Trường từ hấp dẫn trong mô hình hấp dẫn véctơ

Từ mêtric (11), bỏ qua gần đúng bậc hai, ta có mêtric sau:

$$ds^2 = c^2 \left(1 - 2 \frac{GM_g}{c^2 r}\right) dt^2 - \left(1 + 2 \frac{GM_g}{c^2 r}\right) d\vec{r}^2 \quad (12)$$

Mêtric (12) có dạng gần với mêtric Lorentz, ta có thể tổng quát nó cho một khối lượng điểm chuyển động bằng một phép biến đổi đơn giản tới một hệ quy chiếu chuyển động khi sử dụng một phép biến đổi Lorentz tới bậc nhất của  $v$ :

$$t_0 = t - \frac{v}{c^2} x, \quad x_0 = x - vt \quad (13)$$

ở đây chỉ số 0 chỉ hệ quy chiếu mà trong đó nguồn đứng yên, và nó chuyển động với vận tốc  $v$  theo hướng  $x$  trong hệ phòng thí nghiệm. Phép biến đổi này cho ta mêtric cho nguồn chuyển động:

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{2GM_g}{c^2 r}\right) dt^2 - \left(1 + \frac{2GM_g}{c^2 r}\right) d\vec{r}^2 + 2 \frac{4GM_g}{c^2 r} v dx dt \quad (14)$$

Đối với nguồn chuyển động theo hướng bất kỳ ta có:

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{2GM_g}{c^2 r}\right) dt^2 - \left(1 + \frac{2GM_g}{c^2 r}\right) d\vec{r}^2 + 2 \frac{4GM_g}{c^2 r} \vec{v} d\vec{r} dt \quad (15)$$

Do ta chỉ dừng lại ở bậc nhất của vận tốc, ta có thể chông chập các trường của các khối lượng điểm lại. Với định nghĩa thế vô hướng  $\varphi_g$  và thế véctơ  $\vec{A}_g$  như sau:

$$\varphi_g = -G \int \frac{\rho(\vec{r}') d^3 r'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (16)$$

$$\text{và } \vec{A}_g(\vec{r}) = G \int \frac{\rho(\vec{r}') \vec{v}(r') d^3 r'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (17)$$

Ta viết lại mêtric (15) thành:

$$ds^2 = c^2 \left(1 - 2 \frac{\varphi_g}{c^2}\right) dt^2 - \left(1 + 2 \frac{\varphi_g}{c^2}\right) d\vec{r}^2 + 8(\vec{A}_g d\vec{r}) dt \quad (18)$$

Ta sẽ dùng mêtric (18) để khảo sát vài hiệu ứng từ hấp dẫn trong mô hình này.

#### 3.1. Phương trình chuyển động của một hạt không spin

Phương trình chuyển động của hạt thử không spin trong trường hấp dẫn là các phương trình đường trắc địa [11]:

$$\frac{d^2 x^\tau}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\tau \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0 \quad (19)$$

Từ mêtric (18) và các phương trình trắc địa (19), ta thu lại được toàn bộ các phương trình Lense-Thirring. Các phương trình này do Lense và Thirring đầu tiên tìm ra được từ Thuyết tương đối tổng quát để diễn tả chuyển động của một hạt thử không spin trong trường hấp dẫn của một nguồn quay [3,12]:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{2GL}{c^2 a^3 (1-e^2)^{3/2}} \quad (20)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{6GL}{c^2 (1-e^2)^{3/2}} \cos i \quad (21)$$

ở đây:  $a, e$  là bán trục lớn và tâm sai của quỹ đạo hạt thử.

$\Omega$  là kinh độ của nút (các giao điểm của mặt phẳng quỹ đạo của hạt thử và mặt phẳng xích đạo của thiên thể nguồn trường).

$i$  là góc nghiêng giữa mặt phẳng quỹ đạo hạt thử và mặt phẳng xích đạo của thiên thể nguồn.

$\varphi$  là góc quay của điểm cận nhật quỹ đạo của hạt thử.

$\Sigma$  là kinh độ trung bình của hạt thử trên quỹ đạo

$L$  là mômen góc hấp dẫn của nguồn trường.

### 3.2. Phương trình chuyển động của một gyroscope

Một gyroscope quỹ đạo có trục spin của nó dịch chuyển song song phù hợp với mêtric (18). Phương trình dịch chuyển song song cho spin  $S_\mu$  của gyroscope là [11]:

$$\frac{dS_\mu}{d\tau} = \Gamma_{\mu\nu}^\lambda S_\lambda \frac{dx^\nu}{d\tau} \quad (22)$$

Từ mêtric (18) và phương trình chuyển động (22) của gyroscope, chúng tôi cũng tìm lại được tần số tiến động Lense - Thirring của gyroscope là:

$$\vec{\Pi}_{L-T} = \frac{G}{c^2} \left[ \frac{3\vec{r}(\vec{r}\cdot\vec{L})}{r^5} - \frac{\vec{L}}{r^3} \right] \quad (23)$$

và tần số tiến động trung bình của spin gyroscope là:

$$\langle \Pi_{L-T} \rangle = \frac{GI_g \omega_n}{2r^3 c^2} \quad (24)$$

### 3.3. Việc xác nhận thực nghiệm các hiệu ứng từ hấp dẫn

Ta sẽ dùng công thức (20) và (21) để tính tần số tiến động Lense- Thirring của các vệ tinh LAGEOS và LAGEOS II bay trên quỹ đạo cực quanh trái đất. Vệ tinh LAGEOS được NASA phóng lên quỹ đạo vào năm 1976 có các tham số quỹ đạo sau: bán trục lớn  $a = 12.270$  km, tâm sai  $e = 0,004$ , góc lệch so với mặt phẳng xích đạo Trái đất  $i = 109$  độ 9 phút, chu kỳ là  $p = 3,758$  giờ. Vệ tinh LAGEOS II được cơ quan NASA và cơ quan không gian Ý (ASI) phóng lên quỹ đạo vào năm 1992, nó có các tham số sau:

Bán trục lớn  $a = 12.163$  km, tâm sai  $e = 0.014$ , góc lệch là  $i = 52,65$  độ.

Kết quả tính từ các công thức Lense- Thirring (20) và (21) cho:

$$\dot{\Omega}_{L-T}^{LAGEOS} \approx 3 \text{ mas/ y (25); } \dot{\Omega}_{L-T}^{LAGEOSII} \approx 31.5 \text{ mas/ y (26); } \dot{\varphi}_{L-T}^{LAGEOSII} \approx -57 \text{ mas/ y (27)}$$

ở đây  $\text{mas/ y}$  là mili giây của cung/ năm.

Các kết quả tính toán này sai khoảng 20% đến 25% so với kết quả đo được từ thực nghiệm [6].

Mới đây vào năm 2000, vệ tinh Gravity Probe B (GP-B) được phóng lên và bay ở quỹ đạo cực có độ cao 650 km, nó đo được tần số tiến động của spin gyroscope với độ chính xác cao khoảng 1 %. Kết quả đo được góc tiến động [6]:

$$\varphi \cong 42 \text{ miligiây của cung/năm} \quad (28)$$

Kết quả tính từ công thức (24) này là:

$$\varphi \cong 41 \text{ miligiây của cung/năm} \quad (29)$$

Kết quả đo sự tiến động spin của gyroscope từ vệ tinh GP-B để xác nhận sự tồn tại của trường hấp dẫn từ được xem là một trong 10 thành tựu vật lý nổi bật nhất trong năm 2007.

Như vậy, với thực nghiệm đo sự tiến động của spin gyroscope từ vệ tinh GP-B sự tồn tại của trường từ hấp dẫn xem như được hoàn toàn được khẳng định. Các kết quả tính toán từ Thuyết tương đối tổng quát và mô hình này ở gần đúng bậc một là chưa thể phân biệt được từ các thí nghiệm trên. Chúng tôi hy vọng sẽ sớm chỉ ra một hiệu ứng khác của từ hấp dẫn hoặc tính toán ở gần đúng bậc cao hơn có thể phân biệt được mô hình này với Thuyết tương đối tổng quát.

#### 4. Kết Luận

Như vậy, trong bài báo này ở gần đúng bậc nhất chúng tôi cũng thu lại được các kết quả tính toán tần số tiến động Lense-Thirring và tần số tiến động của spin gyroscope giống như trong thuyết hấp dẫn Einstein và phù hợp tốt với thực nghiệm. Sự khác biệt trong tính toán ở mô hình này và lý thuyết hấp dẫn Einstein sẽ thể hiện ở gần đúng bậc cao hơn.

\*

### “MAGNETO” GRAVITATIONAL FIELD IN THE VECTOR MODEL FOR GRAVITATIONAL FIELD

Vo Van On

Thu Dau Mot University

#### ABSTRACT

*In this paper we give a short overview of the vector model for gravitational field: non-relative equations of gravitational field, equations of gravitational field in curve space - time and deduced some basic effects of the magneto-gravitational field in this model as frequency of Lense – Thirring, frequency of gyroscope. In the first - order approximation, results are the same with that in Einstein's theory and approximate to experimental data.*

**Keywords:** *magneto – gravitational field, vector model for gravitational field*

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] G. Holzmuller, *Z. Math. Phys.* **15**, pp. 69, 1870; F. Tisserand, *Compt.Rend.* **75**, pp.760, 1872; F. Tisserand, *Compt. Rend.* **110**, pp. 313, 1890.
- [2] W. De Sitter, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **77**, pp.155 and pp. 481, 1916.

- [3] J. Lense and H. Thirring, *Phys. Z.* **19**, pp. 156-163, 1918.
- [4] F.W. Hehl and D.S.Theiss., *Gen. Rel. and Gravit.* **16**, pp. 711, 1984.
- [5] I.I. Shapiro, R.D. Reasenber, J.F. Chandler, R.W. Babcock, *Phys. Rev. Lett.* **61**, pp. 2643-2646, 1998.
- [6] J.G. Williams, and X.X. Newhall, J.O. Dickey, *Phys. Rev. D* **53**, pp. 6730-6739, 1996.
- [7] I. Ciufolini, *arXiv: gr-qc/0209109*.
- [8] Ronald J.Adler and Alexander S. Silbergleit , *arXiv: gr-qc/9909054*.
- [9] Vo Van On, *Tạp chí Phát Triển Khoa Học & Công Nghệ*, tập **9**, số 4, trang 5-11, 2006.
- [10] Vo Van On, *KMITL Science Journal* (Thailand), Vol. 8, No.1, January – June, pp. 1-11, 2008.
- [11] Vo Van On, *Communications in PHYSICS*, Vol.**18**, n.3, pp. 175-184,2008.
- [12] Steven Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. Copyright by John Wiley & Sons, Inc, 1972.
- [13] Lorenzo Iorio, *arXiv: gr-qc/9908080*.